CIRRELT

Centre interuniversitaire de recherche
sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport

Interuniversity Research Centre
on Enterprise Networks, Logistics and Transportation

Comparaison de différentes formulations de conception de réseaux pour un problème de transport de fret avec gestion de véhicules

Susann Schrenk
Teodor Gabriel Crainic
Van-Dat Cung
Gerd Finke

Juin 2010

CIRRELT-2010-27

Bureaux de Montréal :
Université de Montréal
C.P. 6128, succ. Centre-ville
Montréal (Québec)
Canada H3C 3J7
Téléphone : 514 343-7575
Télécopie : 514 343-7121

Bureaux de Québec :
Université Laval
2325, de la Terrasse, bureau 2642
Québec (Québec)
Canada G1V 0A6
Téléphone : 418 656-2073
Télécopie : 418 656-2624

www.cirrelt.ca

UNIVERSITÉ LAVAL · UQÀM · HEC MONTRÉAL · ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL · Université de Montréal

Comparaison de différentes formulations de conception de réseaux pour un problème de transport de fret avec gestion de véhicules

Susann Schrenk[1], Teodor Gabriel Crainic[2,*], Van-Dat Cung[1], Gerd Finke[1]

[1] Laboratoire des Sciences pour la Conception, l'Optimisation et la Production de Grenoble (G-SCOP), 46, avenue Félix Viallet, 38031 Grenoble Cedex 1, France

[2] Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport (CIRRELT) et Département de management et de technologie, Université du Québec à Montréal, C.P. 8888, succursale Centre-Ville, Montréal, Canada H3C 3P8

Résumé. Dans cet article, on s'intéresse à l'étude de la maximisation du profit d'un transporteur de fret. Ce problème intègre la gestion des flux de véhicules simultanément à celle des flux de marchandises. Nous proposons deux modèles linéaires en nombres entiers, l'un fondé sur des variables arcs pour les véhicules, l'autre sur des variables chemins pour les véhicules, les deux avec des variables arcs pour les marchandises. La comparaison expérimentale de ces deux modèles indique que la formulation "chemin" a une bien meilleure relaxation linéaire que la formulation "arc", réputée faible. Cette dominance est également prouvée par une comparaison théorique des deux modèles.

Mots clés. Conception de réseaux de service, gestion de flotte, transport de fret, modélisation PLNE, qualité de relaxation linéaire.

Remerciements. Ce travail de recherche a été financé par le cluster de Recherche GOSPI, Gestion et Organisation des Systèmes de Production et de l'Innovation, Région Rhônes-Alpes dans le cadre du projet OPTIM-CL, Optimisation des flux de produits dans la chaîne logistique.

Les résultats et opinions contenus dans cette publication ne reflètent pas nécessairement la position du CIRRELT et n'engagent pas sa responsabilité.

Results and views expressed in this publication are the sole responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of CIRRELT.

---

* Auteur correspondant: Teodor.Gabriel@cirrelt.ca

Dépôt légal – Bibliothèque nationale du Québec,
Bibliothèque nationale du Canada, 2010

© Copyright Schrenk, Crainic, Cung, Finke et CIRRELT, 2010

1 Introduction

Le transport de fret est un des maillons essentiels de la chaîne logistique (*supply-chain*) des entreprises. L'INSEE estime que ce secteur occupe près d'un million d'actifs, et représente un chiffre d'affaire de l'ordre de 120 milliards d'euros. La libre concurrence ainsi que le besoin de réduire coûts et pollutions, obligent de plus en plus les transporteurs à optimiser leurs transports.

Le problème industriel que nous considérons s'inscrit dans ce contexte. Il a pour objet d'aider un transporteur à construire un plan de transport rentable, utilisant au mieux sa flotte de véhicules, afin d'offrir un service régulier. Ce plan de transport défini à la fois les routes empruntées par les véhicules du transporteur et leurs horaires, et les opérations de chargement et de déchargement du fret transporté. Ce problème se situe ainsi à l'interface entre la planification tactique et la planification opérationnelle. C'est un problème de la famille des problèmes de conception de réseau de service, classiquement utilisée pour modéliser et résoudre des problèmes de transport de fret avec consolidation : par train (BJV00) ; par avion (BKKW02), (JSY96) ; et aussi par camion. Un état de l'art récent est proposé par (Wie08). Ce travail est complémentaire à (TSC09) dans lequel la taille de la flotte n'était pas contrainte. L'idée était de proposer une flotte idéale au transporteur. Cela étant, dans la pratique les transporteurs ont déjà une flotte fixée, il s'agit donc dans cet article de les aider à utiliser au mieux cette flotte, quitte à revendre des véhicules non utilisés.

Les décisions prises par le concepteur du réseau de service concernent à la fois les véhicules et les marchandises. Il apporte une aide à la décision en répondant à des questions telles que :

- Quels sont les itinéraires et les horaires des services ?
- Quels véhicules opèrent ces services ?
- Comment les marchandises transitent-elles dans ce réseau de services ?

D'autres questions plus opérationnelles sont souvent incluses dans les formulations de conception de réseau de service selon le détail de planification souhaité, comme par exemple les fréquences de service (FP94), les affectations d'équipages (HAG89) et certaines exigences de service (FG98). Le réseau de service ainsi conçu est un plan de transport qui intègre toujours les horaires des véhicules ainsi que le transit des produits. Dans notre étude, ce réseau a pour objectif de maximiser le profit du transporteur.

La spécificité du problème est d'intégrer la gestion des véhicules au niveau

de la conception du réseau de service. Cette gestion des véhicules comporte deux contraintes spécifiques. La première est la contrainte dite de *design balance* qui assure un équilibre entre le nombre de véhicules qui partent d'un terminal en début de période de planification, et le nombre de véhicules qui arrivent à ce terminal en fin de période. La seconde est une contrainte sur le temps d'utilisation de chaque véhicule sur une période.

En vue de maximiser son profit, le transporteur doit choisir les demandes les plus rentables. Ce choix des demandes de transport satisfaites totalement ou partiellement est une décision supplémentaire intégrée dans notre problème. C'est l'aspect dit de *price collecting*.

Ainsi posée, notre étude est complémentaire à celle de (ACC09b). Dans leur étude, (ACC09b) intègrent plusieurs aspects de la pratique dans la conception de réseau de service avec gestion de flotte. Ils proposent une formulation *time-dependent* via un réseau espace-temps. Ils comparent la résolution de modèles fondés sur différentes formulations sous forme de programmes linéaires en nombres entiers mixtes. Une des contributions majeure de leur étude est de mesurer l'impact des contraintes de gestion de flotte sur les solutions optimales, à la fois en terme de valeur de la fonction objectif et de temps de calcul.

Le but de cet article est de présenter une étude comparative similaire, sur deux formulations de conception de réseau de service avec gestion de flotte. Les problèmes diffèrent cependant à la fois par la nature des demandes, la structure des coûts, l'aspect de *price collecting* et par les contraintes spécifiques. Nous n'avons pas de fenêtre de temps sur les demandes, il y a donc au plus une demande par période entre deux terminaux. Dans (ACC09b), le circuit des véhicules ne doit pas dépasser l'horaire de la période. Dans notre problème cette contrainte de durée est plus souple, la rotation des véhicules peut s'effectuer sur plusieurs périodes, mais nos véhicules doivent être dans un terminal en fin de période : ils ne peuvent pas être encore en trajet pour des raisons de maintenance.

Au niveau de la modélisation et de la résolution, nous nous focalisons uniquement sur deux formulations, la formulation arc-arc pour laquelle les variables de décision concernant la conception du réseau portent sur les arcs de ce réseau, et la formulation dite cycle-arc, pour laquelle ces décisions portent sur des chemins potentiels pour les véhicules. Dans (ACC09b) ces chemins sont des cycles sur une période, pour nous ce sont des chemins de longueur une période, morceaux d'un cycle sur plusieurs périodes. Nous comparons expérimentalement ces modèles, ce qui nous permet de valider mais aussi de

nuancer les résultats de (ACC09b) quant à la qualité de la formulation à base de morceaux de cycles. Nous proposons également une preuve mathématique qui valide le fait que la relaxation linéaire de la seconde formulation donne une meilleure borne que la relaxation linéaire de la première.

Les contributions du papier sont doubles. D'une part, il étend et renforce les résultats de (ACC09b) en comparant expérimentalement deux formulations d'un problème de conception de réseau de service avec gestion de flotte. D'autre part, il apporte une preuve mathématique de la meilleure qualité d'une des formulations.

Nous présentons les principales caractéristiques et contraintes du problème ainsi que le cadre de la modélisation dans la section 2. Les deux modélisations arc-arc et cycle-arc sont présentées dans la section 3. La section 4 est dédiée aux résultats théoriques qui permettent de comparer ces deux modélisations et leur relaxation linéaire, alors que la section 5 présente la partie expérimentale. La dernière section expose nos conclusions et réflexions.

2 Description du problème et cadre de modélisation

Dans cette section, nous décrivons le problème de transport de fret (section 2.1) puis nous présentons le cadre de la modélisation (section 2.2) avec notamment une formulation générique ainsi que les notations nécessaires.

2.1 Le problème de transport de fret

Compte tenu d'un réseau physique composé de terminaux (ports, gares ferroviaires, aéroports ou entrepôts), les connexions possibles (voies maritimes, chemins de fer, voies aériennes, routes) et un horizon de planification appelé période (semaine), divisé en une série d'intervalles de temps (jours), le transporteur peut satisfaire globalement ou partiellement des demandes de transport (marchandises) origine-destination. Les demandes sont périodiques, i.e. répétées à l'identique de période en période pendant un ensemble de périodes aussi appelé saison. Le transporteur dispose d'une flotte de véhicules prédéfinie, limitée et hétérogène. Afin d'améliorer le taux de remplissage des véhicules, et ainsi ses bénéfices, il a la possibilité de consolider les flux de marchandises via des opérations de transbordement, tout en respectant les capacités des véhicules. L'idée est de construire le plan de transport sur

une période (semaine), et de répéter ce plan sur l'ensemble des périodes de la saison (trimestre ou semestre).

Si le transporteur accepte partiellement ou totalement une demande, il s'engage à transporter la même quantité de cette demande sur toutes les périodes d'une saison. De plus, chaque livraison doit avoir lieu dans la même période que la collecte correspondante. La fraction de demande satisfaite peut être divisée pour être transportée par différents véhicules, les opérations de transbordement sont également autorisées. Bien entendu, la capacité des véhicules doit être respectée.

Pour permettre une planification régulière, le plan de transport calculé sur une période doit pouvoir être répété de période en période. Pour ce faire, il faut qu'au début de chaque période les véhicules soient répartis de façon analogue. C'est-à-dire qu'on retrouve le même nombre de véhicules du même type dans chaque terminal au début et à la fin de la période de planification, i.e. le début de la période suivante. Ce n'est pas nécessairement le même véhicule qui doit être au même endroit, les véhicules peuvent alterner d'une période à la suivante. C'est la *rotation des véhicules.*

La seconde contrainte spécifique sur les véhicules est que ceux-ci doivent être utilisés de façon équitable : à la fin d'une saison aucun véhicule ne doit être ni sous- ni sur-exploité. Eventuellement certains véhicules peuvent ne pas être utilisés du tout, auquel cas le transporteur peut les revendre ou les utiliser à d'autres fin.

Les coûts de transport considérés sont de deux types : un coût fixe pour l'ouverture d'un service de transport et un coût variable selon le tonnage de marchandises à bord. Une recette est engrangée par le transporteur pour chaque unité de fret transportée jusqu'à sa destination. Ainsi, le transporteur doit faire un arbitrage entre coûts de transport et recettes pour maximiser son profit.

Le but de cette étude est d'apporter une aide à la décision pour le transporteur. Il faut non seulement déterminer un ensemble de plannings (itinéraires et horaires) des véhicules de sa flotte pour la période de planification considérée, mais aussi décrire les demandes acceptées totalement ou partiellement et leur trajet à bord des véhicules, le tout visant à maximiser le profit du transporteur.

2.2 Cadre de modélisation

Le problème de transport est défini sur un réseau physique composé de n terminaux modélisé par un graphe orienté $G' = (N', A')$. Un arc $(i'j') \in A'$ a pour longueur $d(i', j')$. Prendre en compte la gestion des véhicules et la construction de leurs tournées nécessite d'introduire le temps dans ce réseau en définissant un réseau espace-temps. Pour ce faire, la période de planification (semaine) est discrétisée en intervalles (jours) $\{1, .., T\}$. Le réseau espace-temps est modélisé par le graphe $G = (N, A)$, dans lequel les nœuds correspondent à des copies des nœuds du réseau physique, une copie par intervalle de temps. A un nœud i du réseau espace-temps correspond donc un terminal N_i et un temps T_i. Les nœuds sont reliés par deux types d'arcs : d'une part les arcs de services correspondant aux services potentiels entre différents terminaux avec implicitement leurs horaires, d'autre part des arcs d'attente sur place ou arcs de stationnement (*holding arcs*). Ainsi, un *service* est défini comme étant un trajet spécifique (d'un terminal de départ vers un terminal d'arrivée) à des horaires spécifiques.
Certaines contraintes temporelles sont directement intégrées dans ce réseau (contraintes de couvre-feu, temps de trajet entre deux villes, ...), ce qui limite le nombre d'arcs du réseau.
Un exemple de réseau espace-temps sur quatre terminaux et une période divisée en sept intervalles de temps est représenté dans la figure 1.

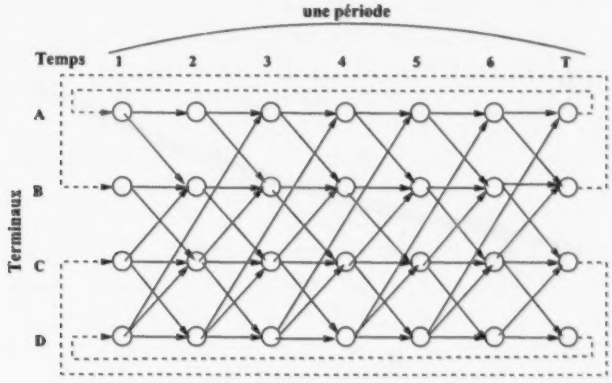

FIG. 1 – Un exemple de réseau expace-temps.

Une demande de transport périodique k est définie par son terminal d'ori-

gine o^k, son terminal de destination d^k, sa quantité (tonnage) w^k et le revenu engendré P^k par le transport d'une unité de cette demande. On note K l'ensemble des demandes.

Pour transporter le fret, le transporteur dispose d'une flotte hétérogène de véhicules V, ces véhicules sont classés selon leurs types. On désigne par V_{type} l'ensemble des véhicules de type $type$, ainsi $V = \cup_{type} V_{type}$. Nous supposons que les véhicules sont répartis sur le réseau comme souhaité au début de l'horizon de planification. La capacité de chaque véhicule $v \in V$ dépend de la distance à parcourir, elle est donnée par la fonction $u_v : A' \rightarrow \mathbb{R}_+$, pour plus de lisibilité, on note u_{ijv} la capacité du véhicule v entre N_i et N_j. De même, on note t_{ijv} le temps de trajet entre les terminaux N_i et N_j. On note τ le temps de réengagement, commun à tous les véhicules. Ce temps (environ 1 heure) est nécessaire pour réaliser les opérations de chargement et de déchargement du fret ainsi que le réapprovisionnement éventuel en combustible.

Les coûts de transport sont composés d'un coût fixe et d'un coût variable. Le coût fixe d'ouverture d'un service entre les terminaux i' et j' avec le véhicule v est $CF_v(i', j')$. On suppose que le coût variable de transport pour un véhicule v sur l'arc $(i'j')$ est linéaire par rapport à la quantité transportée w. On note $CV_v(i', j')$ le coût variable unitaire de transport entre i' et j' avec le véhicule v. En fait, ces coûts sont les mêmes pour tous les véhicules de même type et sont indépendants des heures de départ. Par souci de lisibilité on étend donc ces fonctions coût au réseau espace-temps, le coût entre deux nœuds i et j étant égal à celui entre les nœuds physiques correspondant, et on note CF_{ijv} (respectivement CV_{ijv}) les coûts de transports fixes (respectivement variables unitaires) entre N_i et N_j avec le véhicule v.

La contrainte de rotation des véhicules est illustrée sur la figure 2. On a représenté les routes de deux véhicules sur une période, sur la période suivante ces deux véhicules s'échangeront leur route et ainsi de suite. Dans le cadre de notre application, le temps avant lequel un véhicule retrouve sa route initiale est borné par un nombre N de périodes. En pratique les véhicules cyclent rarement sur plus de 3 à 4 périodes.

(CST03) donnent un exemple de rotation des véhicules pour le transport maritime, et (YCC05) pour le transport aérien. Cela se produit rarement pour le transport routier. Pour assurer la rotation des véhicules, il est parfois nécessaire de repositionner certains véhicules, voir (Cra00). Dans la littérature, on assure la conception d'un réseau équilibré via une contrainte dite de *design balance*. Cette contrainte force un nombre égal de véhicules qui entrent et sortent de chaque terminal dans le réseau (PCM09; AGCC09), ce

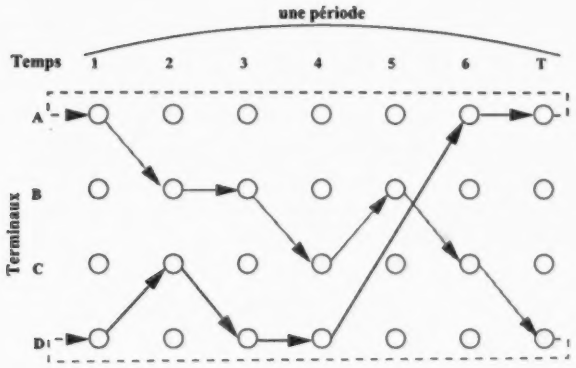

FIG. 2 – Réseau espace-temps et rotation de deux véhicules.

qui induit des cycles. Ces contraintes ont été modélisées pour une conception d'un réseau de service pour un transport express de fret par voie aérienne dans (BS96) et (BKKW02), par la route dans (SAD03) et pour une application de service de transport de passagers par ferry dans (LL04; YC02) et (WL08).

Pour que la charge de travail soit équilibrée sur les véhicules utilisés, le plan de transport doit respecter des quotas d'utilisation minimum et maximum d'heures d'utilisation par saison. Ces quotas ont été ramenés à des quotas par période de planification. Ainsi, la longueur du chemin opéré par le véhicule v pendant une période est bornée inférieurement par $QuotaMin_v$ et supérieurement par $QuotaMax_v$. Ceci est une condition suffisante pour qu'au final les quotas d'utilisation saisonniers soient respectés. Cette condition est certes trop forte par rapport aux contraintes industrielles, mais elle est quand même satisfaisante du point de vue de la qualité des solutions obtenues. Dans la littérature sur les problèmes de tournées de véhicules, cette contrainte est appelée la contrainte de temps ou de distance, voir (Lap92).

3 Deux formulations du problème

Dans la suite on présente deux formulations différentes de notre problème de transport. Ce sont deux des quatre formulations de conception de réseau de service avec gestion de flotte proposées par (ACC09a) et adaptées à notre

problème. Pour ces deux formulations, les variables de flot de marchandises sont définies sur les arcs du réseau, ce qui permet notamment d'intégrer facilement le transbordement. Par contre, nous utilisons deux représentations différentes des variables de conception du réseau (flot de véhicules) : soit sur les arcs du réseau espace-temps, soit sur des chemins (ou plus exactement sur des morceaux de cycle) de ce réseau. Les deux formulations ainsi obtenues sont : une formulation dite *arc-arc*, et une formulation dite, par abus de langage, *cycle-arc*, où les cycles ne sont que des morceaux de cycles.

Les successeurs et prédécesseurs d'un nœud dépendent du type de véhicule considéré. Dans le réseau espace-temps $G = (N, A)$ correspondant au véhicule v, étant donné un nœud $i \in V$, on note $\delta_v^+(i) = \{j \in N : (ij) \in A\}$ et $\delta_v^-(i) = \{j \in N : (ji) \in A\}$ respectivement, l'ensemble de ses successeurs et de ses prédécesseurs. On note également $b_{ijv}^k = min\{u_{ijv}, w^k\}$.

Dans les deux formulations, le flot de marchandises est représenté par les variables x : x_{ijv}^k correspond à la quantité de marchandise de la demande k chargée à bord du véhicule v entre les nœuds i et j du réseau espace-temps. La variable z^k représente la quantité totale de marchandise de type k transportée sur une période de planification, i.e. la quantité de demande k qui est satisfaite.

3.1 Formulation *arc-arc*

La variable binaire y_{ijv} indique si le service (ij) est opéré par le véhicule v. Ces variables définissent le réseau de service, elles font le choix des routes pour les véhicules. Le variable binaire δ_v indique si oui ou non le véhicule v est utilisé. La formulation arc-arc s'écrit alors comme suit.

$$\text{Maximiser : } + \sum_{k \in K} P^k \cdot z^k - \sum_{v \in V} \sum_{(ij) \in A} \sum_{k \in K} CV_{ijv} \cdot x_{ijv}^k - \sum_{v \in V} \sum_{(ij) \in A} CF_{ijv} \cdot y_{ijv}, \quad (1)$$

sous contraintes

flot de marchandises :

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in \delta_v^+(i)} x_{ijv}^k - \sum_{v \in V} \sum_{j \in \delta_v^-(i)} x_{jiv}^k = 0, \ \forall k \in K, \forall i \in N, \ N_i \neq o^k et N_i \neq d^k \quad (2)$$

$$\sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=o^k}\sum_{j\in\delta_v^+(i)} x_{ijv}^k - \sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=o^k}\sum_{j\in\delta_v^-(i)} x_{jiv}^k = z^k, \qquad \forall k\in K, \quad (3)$$

$$\sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=d^k}\sum_{j\in\delta_v^+(i)} x_{ijv}^k - \sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=d^k}\sum_{j\in\delta_v^-(i)} x_{jiv}^k = -z^k, \qquad \forall k\in K, \quad (4)$$

flot de véhicules :

$$\sum_{j\in\delta_v^+(i)} y_{ijv} - \sum_{j\in\delta_v^-(i)} y_{jiv} = 0, \qquad \forall i\in N,\, T_i\neq 1,\, \forall v\in V, \quad (5)$$

$$\sum_{v\in V_{type}}\sum_{j\in\delta_v^+(i)} y_{ijv} - \sum_{v\in V_{type}}\sum_{j\in\delta_v^-(i)} y_{jiv} = 0, \qquad \forall i\in N,\, T_i=1,\, \forall type, \quad (6)$$

$$\sum_{(i,j)\in A:T_i\leq t<T_j} y_{ijv} - \delta_v \leq 0, \qquad \forall t\in T,\, \forall v\in V, \quad (7)$$

contraintes liantes de capacité :

$$\sum_{k\in K} x_{ijv}^k - u_{ijv}y_{ijv} \leq 0, \qquad \forall (ij)\in A,\, \forall v\in V, \quad (8)$$

$$x_{ijv}^k - b_{ijv}^k y_{ijv} \leq 0, \qquad \forall (ij)\in A,\, \forall v\in V,\, \forall k\in K, \quad (9)$$

contraintes spécifiques :

$$QuotaMin_v\cdot\delta_v \leq \sum_{(ij)\in A;N_i\neq N_j} y_{ijv}t_{ijv} \leq QuotaMax_v\cdot\delta_v,\ \forall v\in V, \quad (10)$$

variables :

$$x_{ijv}^k \geq 0, \qquad \forall (ij)\in A,\, \forall v\in V,\, \forall k\in K, \quad (11)$$

$$z^k\in\left[0..w^k\right], \qquad \forall k\in K, \quad (12)$$

$$y_{ijv}\in\{0;1\}, \qquad \forall (ij)\in A,\, \forall v\in V, \quad (13)$$

$$\delta_v\in\{0;1\}, \qquad \forall v\in V. \quad (14)$$

La fonction objectif (1) maximise le profit i.e. le revenu engendré par le transport auquel on soustrait les coûts de transport variables (flots) et fixes (coûts d'ouverture d'un service).

Les contraintes (2)-(4) sont les contraintes de flot sur les marchandises. Elles permettent le transbordement : une marchandise peut changer de véhicule. Cependant, elles n'autorisent pas de stockage temporaire d'une marchandise dans un terminal en dehors d'un véhicule.

Les contraintes (5) et (6) sont des contraintes de *design balance*. Toutes deux visent à équilibrer les départs et arrivées dans les terminaux. La première permet de définir les routes des véhicules à l'intérieur de la période de

planification. Elle force la balance des arrivées et des départs des véhicules. Alors que la deuxième se focalise sur les routes des véhicules aux extrémités de la période. Ensemble elles pemettent de générer implicitement des cycles pour les véhicules. La contrainte (7) garantit qu'un véhicule utilisé opère au plus un service à la fois.

La contrainte (8) assure le respect des capacités des arcs, elle lie les deux flots. La contrainte (9) est redondante. On l'introduit néanmoins pour obtenir une formulation dont la relaxation linéaire est plus forte. En effet, cette contrainte permet d'améliorer nettement la qualité de la relaxation linéaire comme le montrent (CFG01) ainsi que nos résultats expérimentaux en section 4. Finalement, la contrainte (10) assure que les quotas d'utilisations (temps de trajet min et max) soient respectés pour les véhicules utilisés. Les contraintes de type des variables sont données de (11) à (13). En particulier, la variable binaire (14) permet de décider si un véhicule est utilisé ou non.

3.2 Formulation *cycle-arc*

Dans cette seconde formulation, on définit les variables de conception non plus sur les arcs du réseau, mais sur des chemins potentiels pour les véhicules. Ces chemins sont des morceaux de cycles. On introduit les variables binaires g_v^p, g_v^p vaut 1 si le morceau de cycle p est opéré par le véhicule v, 0 sinon. Les morceaux de cycles potentiels dépendent du type de véhicule, pour plus de lisibilité, on note $\mathcal{P}_v$ l'ensemble des morceaux de cycles possibles pour le véhicule v. Dans la figure 3, on a représenté trois chemins potentiels pour un véhicule. Il y en a beaucoup d'autres. On note r_{ij}^p le paramètre qui est égal à 1 si l'arc (ij) est dans le cycle p, 0 sinon.
Pour plus de lisibilité, on étend la fonction coût fixe aux chemins : CF_v^p est le coût fixe d'ouverture du chemin p par le véhicule v, c'est la somme des coûts fixes des arcs composant ce chemins.

La formulation cycle-arc du problème s'écrit alors comme suit.

$$\begin{aligned}\text{Maximiser : } & +\sum_{k\in K} P^k \cdot z^k - \sum_{v\in V}\sum_{(ij)\in A}\sum_{k\in K} CV_{ijv}\cdot x_{ijv}^k \\ & -\sum_{v\in V}\sum_{p\in\mathcal{P}_v} CF_v^p \cdot g_v^p, \end{aligned} \tag{15}$$

sous contraintes

flot de marchandises, identique à (2), (3) et (4) :

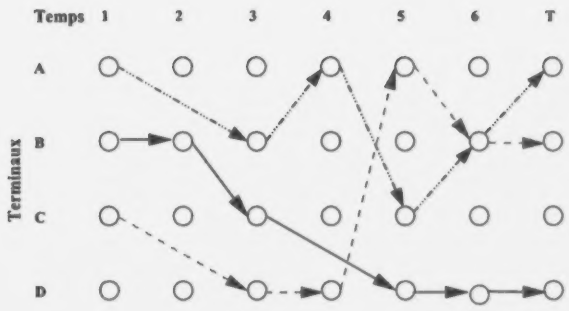

FIG. 3 – Morceaux de cycles possibles pour un véhicule dans le réseau espace-temps correspondant.

$$\sum_{v\in V}\sum_{j\in\delta_v^+(i)} x_{ijv}^k - \sum_{v\in V}\sum_{j\in\delta_v^-(i)} x_{jiv}^k = 0,\ \forall k\in K, \forall i\in N,\ N_i \neq o^k et N_i \neq d^k, \quad (16)$$

$$\sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=o^k}\sum_{j\in\delta_v^+(i)} x_{ijv}^k - \sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=o^k}\sum_{j\in\delta_v^-(i)} x_{jiv}^k = z^k, \qquad \forall k\in K, \quad (17)$$

$$\sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=d^k}\sum_{j\in\delta_v^+(i)} x_{ijv}^k - \sum_{v\in V}\sum_{i\in N,\, N_i=d^k}\sum_{j\in\delta_v^-(i)} x_{jiv}^k = -z^k, \qquad \forall k\in K, \quad (18)$$

flot de véhicules :

$$\sum_{p\in\mathcal{P}_v} g_v^p \leq 1, \qquad \forall v\in V, \quad (19)$$

$$\sum_{v\in V_{type}}\sum_{p\in\mathcal{P}_v}\sum_{j\in\delta_v^+(i)} g_v^p r_{ij}^p - \sum_{v\in V_{type}}\sum_{p\in\mathcal{P}_v}\sum_{j\in\delta_v^-(i')} g_v^p r_{i'j}^p = 0,\ \forall i\in N, T_i = 1,$$
$$i' = (N_i, T), \forall type, \quad (20)$$

contraintes liantes de capacité :

$$\sum_{k\in K} x_{ijv}^k - \sum_{p\in\mathcal{P}_v} u_{ijv} r_{ij}^p g_v^p \leq 0, \qquad \forall (ij)\in A,\ v\in V, \quad (21)$$

$$x_{ijv}^k - \sum_{p\in\mathcal{P}_v} b_{ijv}^k r_{ij}^p g_v^p \leq 0, \qquad \forall (ij)\in A, \forall k\in K, \forall v\in V, \quad (22)$$

contraintes spécifiques :

$$QuotaMin_v \leq \sum_{p \in \mathcal{P}_v} \sum_{(ij) \in A; N_i \neq N_j} g_v^p r_{ij}^p t_{ijv} \leq QuotaMax_v, \qquad \forall v \in V, \quad (23)$$

variables :

$$x_{ijv}^k \geq 0, \qquad \forall (ij) \in A, \forall v \in V, \forall k \in K, \quad (24)$$

$$z^k \in [0..w^k], \qquad \forall k \in K, \quad (25)$$

$$g_v^p \in \{0;1\}, \qquad \forall v \in V, \forall p \in P_v. \quad (26)$$

(27)

Dans (15) on retrouve donc l'écriture de la fonction objectif qui maximise le profit.
Les contraintes décrivant le flot de marchandises (16)-(18) sont inchangées par rapport à la formulation arc-arc (2)-(4). Le flot de véhicules est défini de façon implicite via les variables chemin g, la contrainte (19) assure qu'un véhicule n'opère pas plus d'un chemin sur une période. La rotation des véhicules correspond à la contrainte (20).
Comme pour la formulation arc-arc, on retrouve les contraintes liantes et les contraintes de capacité faibles (21) et fortes (22). Finalement, on retrouve la contrainte de quotas d'utilisation (23). En pratique, cette contrainte ne concernant que les cycles, elle est directement incluse dans la génération des morceaux de cycle pour les véhicules. Ceci permet de réduire le nombre de contraintes, mais surtout cela limite le nombre de chemins potentiels à envisager et réduit d'autant le nombre de variables binaires.

4 Comparaison théorique des deux formulations

4.1 Taille des formulations

Le premier aspect pour comparer les formulations est leur taille détaillée dans le tableau 1. Cela permet au moins d'identifier les tailles d'instances limites pour que les modèles puissent être chargés en mémoire. En dehors des contraintes de capacité forte, le nombre de contraintes est assez faible. Quant aux variables binaires, elles sont en nombre exponentiel dans la formulation cycle-arc.

Exemple du problème n5k15v3t5 :
Les instances de type n5k15v3t5 comportent $n = 5$ terminaux, $|K| = 15$ demandes, $|V| = 3$ véhicules du même type, sur une période T discrétisées en $|T| = 5$ intervalles de temps. Le réseau espace-temps contient donc $|N| =$

	arc-arc	cycle-arc
nb variables flot marchandises	$\|A\|\|V\|\|K\|$	$\|A\|\|V\|\|K\|$
nb variables satisfaction demande	$\|K\|$	$\|K\|$
nb variables binaires flot véhicules	$\|A\|\|V\|$	$\|type\|\|\mathcal{P}_{type}\|$
nb contraintes taille flotte	$\|V\|\|T\|$	$\|V\|$
nb contraintes flot véhicule	$\|N\|$	-
nb contraintes rotation véhicules	$n = \|N'\|$	$n = \|N'\|$
nb contraintes quotas	$\|V\|$	-
nb contraintes flot marchandises	$\|N\|\|K\|$	$\|N\|\|K\|$
nb contraintes capacité faible	$\|A\|\|V\|$	$\|A\|\|V\|$
nb contraintes capacité forte	$\|A\|\|V\|\|K\|$	$\|A\|\|V\|\|K\|$

Tableau 1 – Comparaison de la taille des modèles arc-arc et cycle-arc.

$n * |T| = 5 * 5 = 25$ nœuds. Si l'on suppose qu'un véhicule peut se rendre d'un terminal à n'importe quel autre en un intervalle de temps, alors le nombre d'arcs dans le réseau espace-temps est $|A| = n * n * (|T| - 1) = 5 * 5 * 4 = 80$. Le nombre maximal de cycles pour les véhicules, en ignorant les contraintes spécifiques de quota et les temps de réengagement, est $n^{|T|} = 3\,125$. Les résultats expérimentaux montrent qu'en moyenne, en intégrant ces contraintes, le nombre de morceaux de cycles à considérer pour ces instances n'est plus que $|\mathcal{P}_{type}| \approx 500$. Dans le tableau 2, un ordre de grandeur des modèles pour ce type d'instance est donné. Ce tableau permet de mettre en évidence le grand nombre de contraintes de capacité forte ainsi que le plus grand nombre de variables binaires pour le modèle à base de cycles.

	arc-arc	cycle-arc
nb variables continues	2 415	2 415
nb variables binaires (design)	160	500
nb contraintes	482	467
nb contraintes capacité forte	2 400	2 400

Tableau 2 – Comparaison de la taille des formulations arc-arc et cycle-arc pour une instance de type n5k15v3t4.

4.2 Comparaison théorique des formulations

Théorème 4.1 *La relaxation linéaire du modèle cycle-arc offre une meilleure borne supérieure (problème de maximisation) que la relaxation linéaire du modèle arc-arc.*

Preuve : On note $\mathcal{P}_{aaLP}$ (respectivement $\mathcal{P}_{caLP}$) le polyèdre défini par les contraintes du modèle arc-arc (respectivement cycle-arc), avec les variables relaxées linéairement.
Il faut montrer que l'on peut transformer toute solution $(x, z, g) \in \mathcal{P}_{caLP}$ en une solution $(x, z, y, \delta) \in \mathcal{P}_{aaLP}$ et que les fonctions objectifs correspondantes vérifient l'inégalité *objectif caLP* $\leq$ *objectif aaLP*. Pour cela, on construit une application affine $\mathcal{T}$, telle que $\mathcal{T}(\mathcal{P}_{caLP}) \subseteq \mathcal{P}_{aaLP}$.

Soit $(x, z, g) \in \mathcal{P}_{caLP}$, on définit $\mathcal{T}$ par $\mathcal{T}(x, z, g) = (x, z, y, \delta)$ où x et z sont inchangées et

$$y_{ijv} = \sum_{p \in \mathcal{P}_v} g_v^p r_{ij}^p$$

$$\delta_v = \sum_{p \in \mathcal{P}_v} g_v^p$$

Dans la suite nous montrons que $\mathcal{T}$, qui est une application affine par définition, est à images dans $\mathcal{P}_{aaLP}$. Pour cela, il faut démontrer que l'élément (x, z, y, δ) image par $\mathcal{T}$ de (x, z, g) vérifie toutes les contraintes de la relaxation linéaire du modèle arc-arc. Au cours de la démonstration, on utilise bien entendu le fait que (x, z, g) vérifie toutes les contraintes de la relaxation linéaire du modèle cycle-arc.

- Espace des variables.
  Comme $0 \leq \sum_{p \in \mathcal{P}_v} g_v^p \leq 1$, on a bien $0 \leq y_{ijv} \leq 1$ et $0 \leq \delta_v \leq 1$.
- Contraintes flot de marchandises.
  Ces contraintes sont automatiquement vérifiées puisque dans les deux solutions les variables concernant les marchandises, x et z, sont identiques.
- Contraintes cycles de véhicules.

$$\begin{aligned}\sum_{j \in \delta_v^+(i)} y_{ijv} - \sum_{j \in \delta_v^-(i)} y_{jiv} &= \sum_{j \in \delta_v^+(i)} \sum_{p \in \mathcal{P}_v} g_v^p r_{ij}^p - \sum_{j \in \delta_v^-(i)} \sum_{p \in \mathcal{P}_v} g_v^p r_{ij}^p \\ &= \sum_{p \in \mathcal{P}_v} g_v^p \underbrace{\Big(\sum_{j \in \delta_v^+(i)} r_{ij}^p - \sum_{j \in \delta_v - (i)} r_{ij}^p \Big)}_{=0}\end{aligned}$$

$$= 0.$$

$$\begin{aligned}\sum_{(i,j)\in A:T_i\le t<T_j} y_{ijv} &= \sum_{(i,j)\in A:T_i\le t<T_j}\sum_{p\in\mathcal{P}_v} g_v^p r_{ij}^p \\ &= \sum_{p\in\mathcal{P}_v} g_v^p \underbrace{\sum_{(i,j)\in A:T_i\le t<T_j} r_{ij}^p}_{\le 1} \\ &\le \sum_{p\in\mathcal{P}_v} g_v^p = \delta_v.\end{aligned}$$

- Contraintes de capacité faible et forte.

$$\begin{aligned}\sum_{k\in K} x_{ijv}^k - u_{ijv}y_{ijv} &= \sum_{k\in K} x_{ijv}^k - u_{ijv}\sum_{p\in\mathcal{P}_v} g_v^p r_{ij}^p \\ &= \sum_{k\in K} x_{ijv}^k - \sum_{p\in\mathcal{P}_v} u_{ijv} g_v^p r_{ij}^p \\ &\le 0.\end{aligned}$$

  On démontre de même que si (x, z, g) vérifie les contraintes de capacité forte alors son image les vérifie également.
- Contraintes de quotas pour un véhicule utilisé.

$$\begin{aligned}\sum_{(ij)\in A;N_i\neq N_j} y_{ijv}t_{ijv} &= \sum_{(ij)\in A;N_i\neq N_j}\sum_{p\in\mathcal{P}_v} g_v^p r_{ij}^p t_{ijv} \\ &= \sum_{p\in\mathcal{P}_v}\sum_{(ij)\in A;N_i\neq N_j} t_{ijv} r_{ij}^p g_v^p \\ &\in [QuotaMin_v; QuotaMax_v].\end{aligned}$$

Il ne reste plus qu'à comparer la valeur des fonctions objectif. Les coûts et profits relatifs aux marchandises sont identiques puisque dans les deux solutions les variables concernant les marchandises x et z sont identiques. On va donc comparer les coûts fixes d'ouverture de services.

$$\begin{aligned}\sum_{v\in V}\sum_{(ij)\in A} CF_{ijv}y_{ijv} &= \sum_{v\in V}\sum_{(ij)\in A} CF_{ijv}\sum_{p\in\mathcal{P}_v} g_v^p r_{ij}^p \\ &= \sum_{v\in V}\sum_{p\in\mathcal{P}_v} \underbrace{\Big(\sum_{(ij)\in A} CF_{ijv} r_{ij}^p\Big)}_{=CF_v^p} g_v^p\end{aligned}$$

$$= \sum_{v \in V} \sum_{p \in \mathcal{P}_v} CF_v^p g_v^p.$$

Les deux fonctions objectif ont la même valeur.
On a démontré que $\mathcal{T}$ définit bien une application affine $\mathcal{T} : \mathcal{P}_{caLP} \longrightarrow \mathcal{P}_{aaLP}$, qui conserve la valeur objectif des solutions. D'une façon imagée, si les espaces de définition étaient les mêmes, le polyèdre $\mathcal{P}_{caLP}$ serait inclus dans le polyèdre $\mathcal{P}_{aaLP}$.

Les deux modèles exacts ayant la même valeur à l'optimum, ce théorème prouve uniquement que le gap entre une solution de la relaxation linéaire et une solution exacte est plus faible pour le modèle cycle-arc que pour le modèle arc-arc. Cependant, ce théorème ne donne aucune mesure de cette "domination". Les résultats expérimentaux confirment le fait que la formulation à base de morceaux de cycle est meilleure, de plus ils permettent de mesurer les gaps respectifs des deux modèles. Par ailleurs, pour mettre en valeur l'intérêt d'introduire la contrainte de capacité forte dans nos formulations, nous détaillons les résultats expérimentaux obtenus pour la version faible et la version forte de chacun des modèles arc-arc et cycle-arc.

5 Comparaison expérimentale des modèles

Le but de notre étude expérimentale est de comparer la qualité des deux formulations, à la fois en terme de qualité des relaxations linéaires et en temps de résolution. On donnera les résultats pour les versions faibles et fortes des deux formulations. Pour ce faire, nous avons généré différents jeux d'instances sur 5 terminaux, 10, 15 ou 20 demandes, 2, 3 ou 4 véhicules de même type, sur une période discrétisée en 4 intervalles de temps. Comme pour (TSC09), nous avons généré des instances selon quatre types de demandes (demandes grandes, moyennes, petites, minuscules). Pour les demandes minuscules, toutes les demandes sont de taille inférieure à la capacité des véhicules alors que pour les petites demandes, quelques demandes peuvent dépasser cette capacité. Pour les moyennes (resp. grandes) demandes la majorité des demandes est de taille proche (resp. largement supérieure) de la capacité des véhicules. Pour les matrices de demandes très creuses (seulement 10 demandes entre 5 terminaux), outre la répartition aléatoire des demandes, nous avons envisagé des demandes concentrées autour d'un pôle d'attractivité ou *hub*.
On obtient ainsi 48 profils d'instances, pour chacun de ces profils, nous avons

généré 3 instances. Les résultats présentés sont des moyennes des résultats obtenus sur ces instances.

Les modèles ont été implémentés en Visual C−− et résolus avec ILOG Cplex 10.2 sur un ordinateur de bureau doté d'un processeur Intel Pentium 4 à 2.6GHz avec 1.5Go de RAM. Pour le modèle cycle-arc, tous les morceaux de cycles sont générés par un algorithme de parcours en profondeur, puis seuls les morceaux admissibles (respectant les quotas et le temps de réengagement) sont conservés et utilisés dans la construction du modèle. Cette génération est très rapide sur ces petites instances.

Dans le tableau 3, les quatre premières colonnes donnent le temps de résolution moyen des versions faibles et fortes des modèles arc-arc et cycle-arc. C'est le temps de résolution requis par Cplex pour obtenir une solution optimale entière. Le temps de calcul est limité à 1h (3 600 secondes). Les quatre dernières colonnes indiquent le gap entre la relaxation linéaire et la solution exacte, ce gap est défini par la formule suivante :

$$gap = \frac{(\text{valeur RL} - \text{valeur exacte})}{\text{valeur exacte}}$$

Ces gaps permettent de mesurer la qualité des relaxations linéaires des deux modèles, et d'évaluer l'impact des contraintes de capacité forte. Pour plus de lisibilité nous ne détaillons pas les résultats obtenus sur les 48 profils d'instances, mais présentons les moyennes des résultats obtenus en faisant des moyennes sur différentes caractéristiques : taille des demandes, nombre de véhicules et nombre de demandes.

Pb	arc-arc faible temps	arc-arc fort temps	cycle-arc faible temps	cycle-arc fort temps	arc-arc faible gap	arc-arc fort gap	cycle-arc faible gap	cycle-arc fort gap
Moyenne	315	311	269	155	10.1%	6.3%	6.2%	2.8%
Gd	59	52	11	13	7.5%	6.6%	3.5%	2.7%
Mo	320	273	131	138	11.3%	9.0%	6.4%	4.4%
Pt	546	580	622	390	11.2%	6.0%	10.0%	2.8%
Min	336	337	309	78	10.5%	3.3%	8.3%	2.3%
v2	7	6	10	12	11.5%	6.4%	8.0%	3.3%
v3	96	110	152	111	10.2%	6.6%	6.2%	3.1%
v4	843	816	643	341	8.7%	5.8%	4.4%	2.1%
k10	273	268	213	110	8.8%	5.4%	5.6%	2.6%
k15	283	292	171	155	12.8%	8.8%	6.6%	3.4%
k20	524	556	477	256	9.6%	5.3%	7.0%	2.7%

Tableau 3 – Temps de résolution (en secondes) et gap entre relaxation linéaire et solution exacte en %.

D'une manière générale les résultats reportés dans le tableau 3 mettent en

avant la qualité de la formulation à base de morceaux de cycles qui garantit à la fois un meilleur gap (gain d'environ 4% par rapport au modèle sur les arcs), et un temps de calcul plus court. Ceci valide donc expérimentalement la dominance du modèle cycle-arc sur le modèle arc-arc donné dans le théorème 4.1 et on voit également que le "gap" entre ces deux formulations est important.

Les résultats confirment également la mauvaise qualité de la borne obtenue par la relaxation linéaire du modèle arc-arc sans les contraintes de capacité forte, avec un gap de plus de 10% en moyenne. Ceci contribue à un temps de résolution plus long pour obtenir une solution entière à cause d'un grand nombre de nœuds à explorer dans l'arbre de Branch&Bound.

Les contraintes de capacité forte améliorent elles aussi de près de 4% les relaxations linéaires pour les deux modèles. Elles permettent d'accélérer nettement le temps de résolution pour le modèle cycle-arc. Par contre elles n'améliorent pas le temps de résolution pour le modèle arc-arc : le nombre de nœuds exploré est plus petit, mais le temps passé à chaque nœud est plus important à cause du plus grand nombre de contraintes. Le gain lié aux contraintes de capacité fortes est d'autant plus important que les demandes sont de plus petite taille. Ces contraintes ont un net intérêt sur ces petites instances, cependant, leur nombre augmentant très rapidement avec la taille des instances, elles alourdissent trop les modèles sur de plus grandes instances et saturent vite la mémoire ralentissant l'exploration des nœuds de l'arbre de branchement. Une alternative est alors d'ajouter dynamiquement les contraintes de capacité fortes violées, à condition qu'il soit facile de les identifier.

Notons que le temps de résolution augmente considérablement lorsque le nombre de véhicules augmente. Ceci est dû, d'une part à l'augmentation du nombre de variables binaires, et d'autre part à l'augmentation du nombre de symétries dans le problème. Ce temps augmente également, lorsque le nombre de demandes augmente. La formulation cycle-arc a plus de variables binaires, mais sa résolution est presque toujours plus rapide du fait du meilleur gap. Cette tendance s'inverse notamment pour les instances avec petites demandes pour lesquelles le modèle cycle-arc n'apporte pas une grande amélioration du gap.

Parmi les instances testées, il apparaît dans le tableau 3 que ce sont les instances avec des petites demandes qui nécessitent le plus de temps de calcul. Cela est lié à la difficulté des problèmes qui contiennent un mélange d'objets de petite et de grande taille, comme pour les problèmes de *packing* ou de

cutting, voir (CHLC00).

Nos tests nous ont également permis d'obtenir les résultats suivants. Le temps de résolution de la relaxation linéaire, de quelques secondes pour le modèle faible, est nettement augmenté pour le modèle fort (multiplié en moyenne par 6) du fait du très grand nombre de contraintes de capacité forte. Ceci n'a pas d'impact sur ces petites instances, mais peut devenir gênant pour des instances de plus grande taille. De plus, la taille en mémoire des modèles augmente considérablement en ajoutant les contraintes fortes, ce qui limite d'autant plus la taille des instances pour lesquelles on peut obtenir la valeur de la relaxation linéaire.

La comparaison de la moyenne des résultats sur 6 profils avec hub et 6 profils sans hub, indique un gain en terme de temps de résolution (10% plus rapide) pour des demandes structurées autour de hub, aussi bien pour la relaxation linéaire que pour la résolution exacte.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons comparé deux formulations d'un problème de conception de réseau avec gestion de flotte : pour la première, les variables de conception sont exprimées sur les arcs, alors que, pour la seconde, elles sont exprimées sur des chemins potentiels des véhicules. Notre étude expérimentale sur de petites instances montre que la formulation à base de chemins offre non seulement une bien meilleure relaxation linéaire, mais que son temps de calcul est également plus limité. Ce résultat est confirmé par une étude théorique de comparaison des relaxations linéaires des deux modèles.
Rappelons que la taille des problèmes résolus dans ce papier se limite à 5 terminaux, 20 demandes, 4 véhicules et une discrétisation en 4 intervalles de temps. Pour des instances de taille plus grande, la génération exhaustive de tous les chemins potentiels engendre très rapidement des modèles qui ne tiennent plus en mémoire. Ces modèles ne peuvent donc pas être résolus directement pour les instances réelles qui comportent des dizaines de terminaux, des centaines de demandes, une dizaine de véhicules et surtout une discrétisation de la période en 10 à 50 intervalles de temps.
Afin de proposer des solutions à notre problème industriel avec flotte fixée sur de telles instances, un algorithme de génération de colonnes sur le modèle cycle-arc semble prometteur.

Remerciements

Ce travail de recherche a été financé par le cluster de Recherche GOSPI, Gestion et Organisation des Systèmes de Production et de l'Innovation, Région Rhônes-Alpes dans le cadre du projet OPTIM-CL, Optimisation des flux de produits dans la chaîne logistique.

Références

[ACC09a] J. ANDERSEN, T.G. CRAINIC et M. CHRISTIANSEN : Service network design with asset management : Formulations and comparative analyses. *Transportation Research Part C*, 17(2):197–207, 2009.

[ACC09b] J. ANDERSEN, T.G. CRAINIC et M. CHRISTIANSEN : Service network design with management and coordination of multiple fleets. *European Journal of Operational Research*, 193(2):377–389, 2009.

[AGCC09] J. ANDERSEN, R. GRNHAUG, M. CHRISTIANSEN et T.G. CRAINIC : Branch-and-price for service network design with asset management constraints. *Publication-2009-58, CIRRELT-Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, Montréal, QC, Canada*, 2009.

[BJV00] C. BARNHART, H. JIN et P.H. VANCE : Railroad blocking : a network design application. *Operations Research*, 48(4):603–614, 2000.

[BKKW02] C. BARNHART, N. KRISHNAN, D. KIM et K. WARE : Network design for express shipment delivery. *Computational Optimization and Applications*, 21(3):239–262, 2002.

[BS96] C. BARNHART et R.R. SCHNEUR : Network design for express freight service. *Operations Research*, 12(6):852–863, 1996.

[CFG01] T.G. CRAINIC, A. FRANGIONI et B. GENDRON : Bundle-based relaxation methods for multicommodity capacitated fixed charge network design. *Discrete Applied Mathematics*, 112(1-3):73–99, 2001.

[CHLC00] V-D. CUNG, M. HIFI et B. LE CUN : Constrained two-dimensional cutting stock problems a best-first branch-and-bound algorithm. *International Transactions in Operational Research*, 7(3):185–210, 2000.

[Cra00] T.G. CRAINIC : Service network design in freight transportation. *European Journal of Operational Research*, 122(2):272–288, 2000.

[CST03] M. CHOU, M. SONG et C.-P. TEO : Inventory-routing problem in sea freight : Direct versus transshipment model. Rapport technique, The Logistics Institute - Asia Pacific, 2003.

[FG98] M. FRANCIS GORMAN : An application of genetic and tabu searches to the freight railroad operating plan problem. *Annals of Operations Research*, 78:51–69, 1998.

[FP94] J.M. FARVOLDEN et W.B. POWELL : Subgradient methods for the service network design problem. *Transportation Science*, 28(3):256, 1994.

[HAG89] AE HAGHANI : Formulation and solution of a combined train routing and makeup, and empty car distribution model. *Transportation research. Part B : methodological*, 23(6):433–452, 1989.

[JSY96] P. JAILLET, G. SONG et G. YU : Airline network design and hub location problems. *Location Science*, 4(3):195–212, 1996.

[Lap92] G. LAPORTE : The vehicle routing problem : An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(3):345–358, 1992.

[LL04] M.F. LAI et H.K. LO : Ferry service network design : optimal fleet size, routing, and scheduling. *Transportation Research Part A*, 38:305–328, 2004.

[PCM09] M.B. PEDERSEN, T.G. CRAINIC et O.B.G. MADSEN : Models and tabu search metaheuristics for service network design with asset-balance requirements. *Transportation Science*, 43(2):158–177, 2009.

[SAD03] K.R. SMILOWITZ, A. ATAMTÜRK et C.F. DAGANZO : Deferred item and vehicle routing within integrated networks. *Transportation Research Part E*, 39:305–323, 2003.

[TSC09] N. TEYPAZ, S. SCHRENK et V.D. CUNG : A decomposition scheme for large-scale Service Network Design with asset management. *Transportation Research Part E*, 46(1):156–170, 2009.

[Wie08] N. WIEBERNEIT : Service network design for freight transportation : a review. *OR Spectrum*, 30:77–112, 2008.

[WL08] D.Z.W. WANG et H.K. LO : Multi-fleet ferry service network design with passenger preferences for differential services. *Transportation Research Part B*, 42(9):798–822, 2008.

[YC02] S. YAN et H.L. CHEN : A scheduling model and a solution algorithm for inter-city bus carriers. *Transportation Research Part A*, 36(9):805–825, 2002.

[YCC05] S. YAN, S.-C. CHEN et C.-H. CHEN : Air cargo fleet routing and timetable setting with multiple on-time demands. *Transportation Research Part E*, 42(5):409–430, 2005.